جـامعة هواري بومـدين للعلـوم و التكنـولوجيــا
Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene
Faculté d'Electronique et d'Informatique
Département d'Informatique

Concours d'accès au Doctorat 3 ième Cycle Informatique 2017 – 2018

Le 29/10/2017

Matière 1 : Algorithmique avancée et complexité,
Coefficient **1**, durée **1 h 30**
(Spécialités : IA, MFA, SIGL)

Exercice 1 : (12 points)

Soit $A(n, m), B(n', m')$ deux tableaux à deux dimensions tel que $n' < n$ et $m' < m$. Il s'agit de rechercher l'élément B dans A.

1- En supposant que les éléments de A et B ne sont pas triés, écrire un algorithme qui retrouve B dans A. Evaluez sa complexité.

2- En supposant que chacune des lignes de A et B est triée par ordre croissant (voir figure 2), écrire un algorithme non naïf de complexité minimale pour trouver B dans A. Evaluez cette complexité.

2	2	2	3	5	7	8	17	24	24	54	67	76
3	4	4	5	6	6	6	8	11	12	33	81	85
12	14	23	26	26	26	31	34	44	45	52	87	90
6	6	17	24	24	54	56	61	67	81	87	90	108
2	2	2	3	5	7	8	17	24	24	54	67	76
3	4	4	5	6	6	6	8	11	12	33	81	85
12	14	23	26	26	26	31	34	44	45	52	87	90
6	6	17	24	24	54	56	61	67	81	87	90	108
12	14	23	26	26	26	31	34	44	45	52	87	90
6	6	17	24	24	54	56	61	67	81	87	90	108

Tableau A

24	54	56
5	7	8
6	6	6

Tableau B

Figure 2. Exemple de tableaux A et B triés

3- En supposant que le tableau A n'est pas trié, pour comparer B à une portion du tableau A (de position i, j) nous définissons la mesure d par l'équation (1).

$$d = \sum_{p=0}^{n'-1} \sum_{q=0}^{m'-1} |\mathrm{B(p, q)} - \mathrm{A(i + p, j + q)}| \quad \ldots.(1)$$

On dira qu'une portion de A **correspond** à B si $d = 0$.

On suppose que si B **correspond** à une portion de A alors plus on s'éloigne de celle-ci, la mesure d augmente (voir figure 3).

Ecrire un algorithme qui recherche B dans A. Evaluez la complexité de cet algorithme.

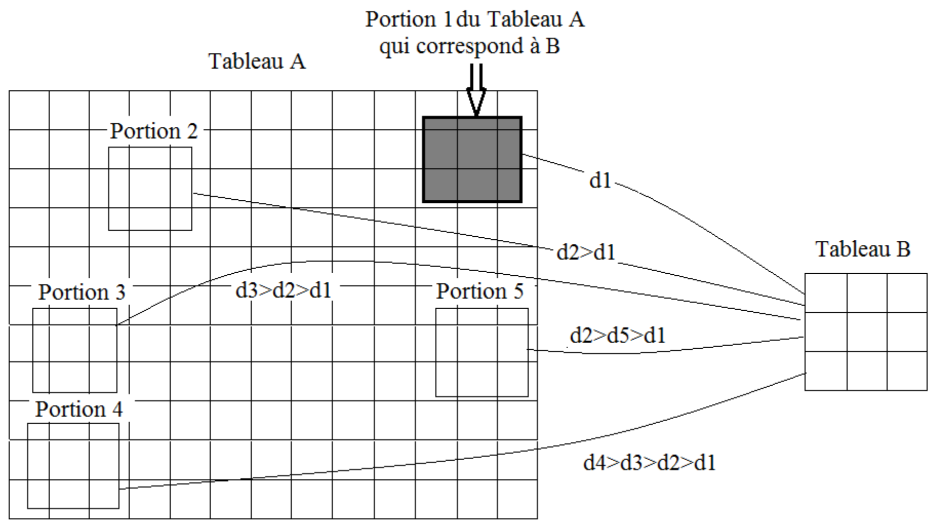

Figure 3. Exemple de calcul des mesures d entre le tableau B et différentes portions du tableau A. Notons que la portion qui correspond à B (Portion 1 dans cette figure 3) est de position inconnue.

Exercice 2 : (8 points)

Recherche d'un point fixe d'une fonction

Soit $T[1..n]$ $n \geq 1$ un tableau trié en ordre croissant d'entiers relatifs tous distincts. On cherche à calculer le point fixe de T (chercher s'il existe ou non $i \in [1..n]$ tel que $T[i] = i$) .

1. Donner la réponse lorsque :
   $T1 = \{-5, 0, 1, 3, 4, 6, 9, 10, 12, 13\}$
   $T2 = \{-5, -1, 2, 4, 5, 9, 12, 13\}$
2. Construire une solution à ce problème. Donnez sa complexité.
3. On suppose que $T[1..n]$ contient des entiers naturels positifs tous distincts. Donnez une nouvelle solution du problème du point fixe et donnez sa complexité.